تحلیل و بررسی ماتریس مقایسات زوجی ناکامل در AHP (روش شبیه سازی)

چکیده

فرایند تحلیل سلسله مراتبی(AHP) یک تکنیک تصمیم گیری برای ارزیابی و تجزیه وتحلیل تصمیم‌گیری‌های چند معیاره(MCDM)، بین یک یا چند تصمیم گیرنده می‌باشد. علیرغم تمام مزایای این تکنیک، یکی از مهمترین معایب آن این است که تعداد زیادی مقایسه زوجی برای ارزیابی سلسله مراتب تصمیم گیری مورد نیاز است. زمانی که تعداد معیارها، گزینه‌ها و سطوح سلسله مراتب تصمیم گیری اندک باشد، این تکنیک را می‌توان در شکل کلاسیک و اولیه آن که توسط ساعتی ارائه گردیده، به کارگرفت و وزن معیارها و گزینه‌ها را تعیین نمود ولی با افزایش اندازه سلسله مراتب تصمیم گیری، تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز به طور فزاینده‌ای افزایش می‌یابد. وجود این مساله سبب اصلاح و توسعه تکنیک AHP و ارائه انواع گوناگونی از این تکنیک شده است که نیاز به جمع آوری اطلاعات و مقایسات زوجی کمتری داشته و برخی از عناصر ماتریس مقایسات زوجی را حذف می‌نماید. حال این پرسش مطرح می‌گردد که الگوها و شیوه‌های گوناگون حذف عناصر ماتریس مقایسات زوجی چه تاثیری بر نرخ ناسازگاری و وزن نسبی گزینه‌های تصمیم دارد. به عبات دیگر حداکثر چه تعدادی از عناصر ماتریس مقایسات زوجی را می‌توان حذف نمود، بدون اینکه از صحت نتایج به دست آمده به میزان زیادی کاسته شود. در این تحقیق تاثیر ۵ روش مختلف حذف مقایسات زوجی روی ماتریس‌هایی با ابعاد ۸ ،۱۰،۱۵ و ۲۰ مورد بررسی قرار گرفته و معیارهای عملکرد مختلف محاسبه و تاثیر روش‌های حذف مختلف بر روی وزن و رتبه‌بندی گزینه‌ها و نرخ ناسازگاری ماتریس مقایسات زوجی با یکدیگر مقایسه شده است.

واژگان کلیدی: تئوری تصمیم، AHP، تصمیم گیری چند معیاره(MCDM)، شبیه سازی، ماتریس مقایسات زوجی ناکامل(IPC)

۱. مقدمه

فرایند تجزیه و تحلیل سلسله مراتبی[1] (AHP)، یک تکنیک تجزیه و تحلیل تصمیم بوده که برای ارزیابی مسائل پیچیده تصمیم گیری چند معیاره[2] (MCDM) بین یک یا چند تصمیم گیرنده به کار می‌رود. این تکنیک یک ساختار سلسله مراتبی برای مسائل تصمیم چند معیاره در نظر می‌گیرد. برای تجزیه و تحلیل تصمیم به کمک تکنیک AHP در مرحله اول نیاز است که مساله تصمیم گیری به یک سلسله مراتب و یا شبکه ای به هم مرتبط از معیارها و عناصر تجزیه گردد به طوری که هدف[3] اصلی تصمیم در بالاترین سطح، معیارها[4] و زیرمعیارها[5] در سطوح میانی و گزینه‌ها یا آلترناتیوها[6] در پایین ترین سطح قرار دارند. سپس هر یک از معیارهای تصمیم گیری در نظر گرفته شده و گزینه‌ها و زیر معیارها بر اساس آن معیار و بر اساس مقیاس رتبه ای ساعتی (مقیاس ۱تا ۹) به صورت زوجی مقایسه و نتایج در یک ماتریس $(n\times n)$ جمع آوری می‌گردد. سپس نرخ ناسازگاری هر یک از ماتریس‌های مقایسه زوجی محاسبه شده و وزن جزئی هر یک از معیارها و گزینه‌ها نسبت به معیارهای سطح بالاتر تعیین می‌گردد.

در نهایت با تلفیق وزن‌های جزئی و تعیین وزن‌های نهایی، گزینه‌ها رتبه بندی شده و برترین گزینه مشخص می‌گردد .هدف از کاربرد تکنیک AHP، تعیین وزن نسبی و رتبه بندی گزینه‌های تصمیم گیری می‌باشد. برای استفاده از تکنیک AHP لازم است تصمیم گیرنده براساس مقیاس رتبه ای ساعتی، گزینه‌ها و معیارها را نسبت به سطوح بالاتر به صورت زوجی مقایسه نماید, تکنیکAHP برمقایسات زوجی استوار است. تکنیک AHP کاربردهای فراوانی داشته و برای تصمیم گیری در زمینه‌های متنوعی چون پیش بینی، تعیین استراتژی و تصمیمات خرید و غیره به کار می‌رود. بیش از ۱۵۰ مرجع در مورد متدولوژی و کاربردهای AHP و بیش از ۱۰۰ مورد از کاربردهای آن در بخش خدمات و دولتی گزارش شده است (Zanakis et al.,1995;Golden et al.,1989). AHP در اصل برای تحلیل و بررسی مسائل بزرگ ارائه شده و متخصصین مقایسات زوجی مورد نیاز برای تلفیق و تعیین وزن گزینه‌ها را ارائه می‌نمایند. علیرغم تمام مزایا و منافع، این تکنیک از سوی برخی از محققین و صاحبنظران مورد انتقاد قرار گرفته است. (Waston& Freeling,1983;Schoner et al.,1989;Dyer&Wendell,1990;Belton et al.,1983)

یکی از مهمترین معایب تکنیک AHP این است که در هر سطح از سلسله مراتب تصمیم گیری که دارای n گزینه می‌باشد ، $n(n-1)/2$ مقایسه زوجی باید انجام گیرد. هنگامی که معیارها و سطوح سلسله مراتب تصمیم گیری کم باشد، تکنیک AHP را می‌توان درشکل کلاسیک و اولیه خود به کار برد، ولی همزمان با افزایش اندازه سلسله مراتب تصمیم گیری، تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز به صورت تصاعدی افزایش یافته و انجام $n(n-1)/2$ مقایسه زوجی در تمام سطوح سلسله مراتب تصمیم، برای تصمیم گیرنده، مشکل و خسته کننده می‌باشد. البته باید توجه داشت که از نظر منطق ریاضی، کمترین تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز برای تعیین وزن گزینه‌ها، $(n-1)$، مقایسه زوجی می‌باشد ولی تکنیک AHP از $n(n-1)/2$ مقایسه زوجی استفاده می‌کند.

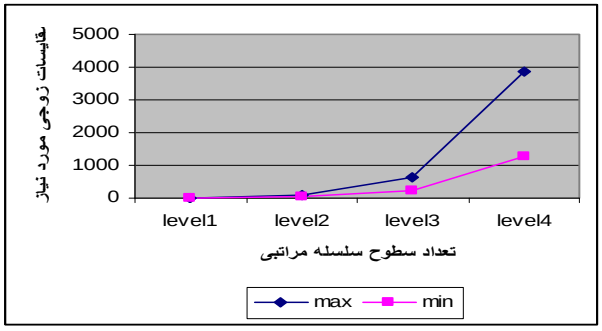
شکل (۱) نشان می‌دهد که چگونه مقایسات زوجی مورد نیاز به صورت تابعی از تعداد سطوح سلسله مراتبی افزایش می-یابد. فرض کنید که هر گره دارای ۶ زیر معیار یا گزینه باشد بنابراین کل تعداد مقایسه زوجی در هر گره برابر با ۱۵,

---

[1] Analytical Hierarchy Process
[2] Multi Criteria Decision Makeing
[3] Goal
[4] Criteria
[5] Sub_ Criteria
[6] Alternative

$6(6-1)/2$), و حداقل تعداد مقایسه زوجی در هر گره ۵ , (۱-۶), مقایسه زوجی می‌باشد. در نتیجه زمانی که دارای ٤ سطح سلسله مراتبی باشیم , ۳۸۸۵ مقایسات زوجی و حداقل ۱۲۹۵ مقایسات زوجی مورد نیاز است.

شکل (۱). رابطه مقایسات زوجی مورد نیاز و تعداد سطوح سلسله مراتبی



ساعتی بیان می‌دارد که افزایش تعداد مقایسات زوجی در فرایند جمع آوری اطلاعات، باعث می‌شود که وزن محاسبه شده برای گزینه‌های تصمیم حساسیت کمتری نسبت به خطای موجود در مقایسات زوجی داشته باشد. (Harker,1987)

درتحقیقات صورت گرفته در مورد تکنیکAHP، توجه اندکی به مساله افزایش تعداد مقایسات زوجی شده است. یکی از تحقیقات صورت گرفته در زمینه کاهش تعداد مقایسات زوجی، الگوریتم مقایسات زوجی ناکامل[1](IPC) می‌باشد که توسط HarkerوMillet ارائه شده است(Millet&Harker,1990). این روش تعداد مقایسه زوجی مورد نیاز در هر سطح سلسله مراتبی را بین $n(n-1)/2$ و $(n-1)$ کاهش می‌دهد، ولی تاثیرات بالقوه کاهش تعداد مقایسات زوجی برصحت وزن‌های و رتبه بندی‌های به دست آمده از ماتریس مقایسات زوجی ناکامل و رابطه آنها با وزن‌های محاسبه شده از ماتریس مقایسات زوجی کامل و همچنین تاثیر آن بر نرخ سازگاری ماتریس مقایسات زوجی را بیان نمی‌دارند.

هدف این مقاله, بررسی و ارزیابی تاثیر چندین روش حذف مقایسات زوجی در الگوریتم(IPC) بر رتبه بندی، وزن گزینه‌ها و نرخ سازگاری ماتریس مقایسات زوجی می‌باشد. به عبارت دیگر نتیجه این تحقیق, تاثیر روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی را بر روی وزن معیارها و نرخ ناسازگاری معین می‌نماید.

۲. *بررسی تحقیقات صورت گرفته جهت کاهش تعداد مقایسات زوجی*

مطالعات و تحقیقات اندکی در زمینه بهبود کاربرد پذیری تکنیک AHP در مسائل واقعی و بزرگ صورت گرفته است(Schoemaker et al.,1982) . Harker و Millet لگوریتم مقایسات زوجی ناکامل (IPC) را جهت کاهش میزان مقایسات زوجی مورد نیاز درAHP ارائه نمودند(Millet&Harker,1990). این روش تعداد مقایسه زوجی مورد نیاز در هر سطح سلسله مراتبی را کاهش داده و امکان کاهش تعداد سوالات مورد نیاز در هر سطح را بین $n(n-1)/2$ و (n-1) مقایسه زوجی فراهم می‌آورد.

کاهش تعداد مقایسات زوجی منجر به کاهش صحت نتایج به دست آمده می‌گردد. به هر حال یکی از تصمیمات بسیار مهمی که محقق باید اتخاذ نماید تعیین تعداد مقایسات زوجی به گونه‌ای است که تعادلی بین میزان کاهش در صحت نتایج

[1] Incomplete Pairwise Comparison

و مقدار نیاز به جمع آوری داده‌ها و اطلاعات به وجود آید. ویژگی روش (IPC) این است که تصمیم گیرنده تنها لازم است، یکی از سطرهای ماتریس مقایسات زوجی را تکمیل نماید.

عناصر مفقوده[1] ماتریس مقایسات زوجی (a_{ij}) می‌توانند توسط نسبت وزن‌های مجهول w_i/w_j تخمین زده شوند. به عنوان مثال عنصر (a_{23}) ماتریس زیر مفقوده است.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1/2 & 1 & w_2/w_3 \\ 1/4 & w_3/w_2 & 1 \end{bmatrix}$$

بردار A.W به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

$$A.W=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1/2 & 1 & w_2/w_3 \\ 1/4 & w_3/w_2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_1` \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1+2w_2+4w_3 \\ 1/2\,w_1+w_2+w_2 \\ 1/4\,w_1+w_3+w_3 \end{bmatrix}$$

این بردار موجب تعریف ماتریس جدید C به صورت زیر می‌گردد به طوری که $A.W = C.W$:

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1/2 & 2 & 0 \\ 1/4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

بنابراین می‌توان به جای عنصر مفقوده صفر قرار داد و به هر یک از عناصر قطری مطابق شماره سطر و ستون عنصر مفقوده یک واحد اضافه نمود(Ibid).

انجام محاسبات مقدار ویژه در مورد ماتریس A منجر به نتایج زیر می‌گردد :

$$W=\begin{bmatrix} \frac{4}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \qquad \lambda_{\max}=3$$

این نتایج برای بردار ویژه به دست آمده از ماتریس A که کامل و سازگار[2] است، صحت دارد، ((اگر عنصر $a_{23}=2$ باشد)) و با افزایش نرخ ناسازگاری، اختلاف بین بردار ویژه واقعی و بردار ویژه برآورد شده افزایش پیدا می‌کند. Harker و Milletالگوریتم مقایسات زوجی ناکامل (IPC) را جهت حذف موثر عناصر ماتریس مقایسات زوجی توسعه داده‌اند ولی به تاثیر بالقوه الگوها و روش‌های مختلف حذف عناصر ماتریس مقایسات زوجی بر روی وزن معیارها و نرخ ناسازگاری اشاره نکرده‌اند.

Weissو Vithala تحقیق مشابه‌ای برای کاهش تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز در AHP انجام دادند. آنها بلوک‌های متعادل ناکامل[3] (BIBD) را طراحی نمودند به طوری که زیر مجموعه‌های مختلف از معیارهای هر سطح به تصمیم گیرندگان مختلف واگذار می‌گردد. آنها بیان می‌دارند که تعداد مقایسات زوجی انجام گرفته توسط هر پاسخ دهنده می‌تواند به میزان قابل توجهی کاهش یابد. این روش هر چند کاهش قابل ملاحظه ای در تعداد مقایسات زوجی ایجاد می‌کند ولی دارای چند نقطه ضعف می‌باشد. اول اینکه طرح‌های مختلفی برای آزمایشات چند عاملی وجود دارد که محقق باید

[1] Missing
[2] Full Consistence
[3] Balanced Incomplete Block Design

بهترین طرح را برای وضعیت تصمیم گیری فعلی مشخص نماید که کار چندان ساده ای نیست. دوم اینکه روش (BIBD) بر این فرض استوار است که همه پاسخ دهندگان، هر زیر مجموعه از طرح اصلی را با روش یکسانی ارزیابی می‌نمایند که این فرض به خصوص زمانیکه AHP در سطح فردی به کار گرفته می‌شود دارای ریسک بالایی است، بنابراین این الگوریتم در زمان کاربردAHP در مسائل تصمیم گیری گروهی مفیدتر ازمسائل تصمیم گیری فردی است(Weiss& Vithala,1987).

Triantaphyllou یک مدل برنامه ریزی خطی برای تخمین عناصر مفقوده ماتریس مقایسات زوجی ارائه نمودکه از نظر محاسباتی تنها برای ماتریس‌های کوچک مناسب بوده و برای مسائل بزرگ چندان مناسب نیست. (Triantaphyllou,1995).

Lim وSwenseth ، روش دیگری با عنوان AHP تکراری[1] (IAHP) جهت کاهش تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز برای تخمین وزن‌های ماتریس کامل ارائه کردند، ولی در این الگوریتم تنها می‌توان گزینه مسلط را معیین نمود وامکان رتبه بندی گزینه‌ها وجود ندارد، بنابراین نتایج به دست آمده از تکنیک (IAHP) از کارایی محاسباتی کمتری نسبت به الگوریتم IPC برخوردار است(Lim & Swenseth,1993) .

به طور کلی به نظر می‌رسد که روش مقایسات زوجی ناکامل(IPC) دارای کارایی بیشتری در مسائل عملی و بزرگ می-باشد، به همین علت در این تحقیق جهت بررسی و تعیین تاثیر الگوهای و روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی و تعداد عناصر مفقوده بر نتایج AHP از این الگوریتم استفاده می‌نماییم.

۳. شبیه سازی

از روش شبیه سازی[2] مونت کارلو برای بررسی تاثیر روش‌های مختلف حذف عناصر ماتریس مقایسات زوجی و تعداد عناصر مفقوده بر روی رتبه بندی نهایی گزینه‌ها و نرخ سازگاری استفاده شده است.

برای انجام بررسی از ماتریس مقایسات زوجی کاملاً سازگار استفاده شده و برای مشخص کردن تاثیر احتمالی اندازه‌های متفاوت ماتریس بر روی نتایج الگوریتم از ٤ اندازه مختلف ماتریس با ابعاد(۸، ۱۰، ۱۵،۲۰) استفاده گردیده است. ابعاد ماتریس‌های ۱۰،۱۵،۲۰ متناسب با ابعاد ماتریس‌های است که در تحقیقات واقعی برای تصمیم گیری‌های مربوط به بازاریابی و مسائل بزرگ به کار می‌رود، ماتریس با بعد ۸ نیز برای بررسی تاثیر احتمالی الگوریتم مقایسات زوجی ناکامل بر روی ماتریس‌های کوچک انتخاب شده است. از ۵ روش مختلف برای حذف مقایسات زوجی از ماتریس کامل استفاده شده است، کلیه فاکتورهای طراحی آزمایش‌های شبیه سازی در جدول (۱) آورده شده است.

زمانی که اندازه ماتریس مقایسات زوجی ثابت باشد ، قادر خواهیم بود که تاثیر این ۵ روش مختلف حذف مقایسات زوجی را بر اساس تعداد مقایسات زوجی حذف شده با یکدیگر مقایسه نمود ولی برای اینکه بتوان مقایسه‌ای بین ماتریس‌هایی با ابعاد مختلف انجام داد، درصد حذف به جای تعداد حذف مقایسات زوجی مورد استفاده قرار گرفته و ۱۹ مرحله (در هرمرحله $100/19 = 5.26\%$) برای حذف مقایسات زوجی در ٤ اندازه مختلف ماتریس انتخاب ودرنهایت۱۰۰مرتبه دوباره سازی انجام شده است.

[1] Iterative AHP
[2] Simulation

از مولد اعداد تصادفی برای تعیین وزن صحیح [1]معیارها (w_{iT}) استفاده شده است. به این صورت کـه مقـادیر هـر یـک از w_{iT} ها بر اساس توزیع یکنواخت در بازه $(0,1)$ به صورت تصادفی تعیین شده و سپس مقادیر به دست آمده نرمالایز مـی-گردد تا مجموع وزن‌ها برابر با یک گردد. $\left(\sum_{i}^{n} w_{iT} = 1\right)$

شکل (۲) فلوچارت شبیه سازی ماتریس مقایسات زوجی ناکامل (IPC) در AHP

ایجاد اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه صفر تا یک $[U(0,1)]$

↓

محاسبه وزن نسبی معیارها (w_i) و محاسبه وزنهای صحیح (w_{iT})

$$w_{iT} = \frac{w_i}{\sum_{i} w_i} \qquad i = 1,2,\ldots,n \quad ; \quad n = 8,10,15,20$$

↓

محاسبه مقایسات زوجی صحیح پیوسته (a_{ij})

$$a_{ij} = \frac{w_{iT}}{w_{jT}}$$

↓

محاسبه مقایسات زوجی بر اساس مقیاس گسسته ساعتی، $DCFM = (a_{ij})$

- اگر $a_{ij} > 1$ و غیر صحیح باشد، به نزدیکترین عدد صحیح گرد می‌شود.
- اگر $a_{ij} < 1$ باشد، $\frac{1}{a_{ij}}$ به نزدیکترین عدد صحیح گرد شده و a_{ij} محاسبه می‌شود.

↓

محاسبه وزن‌ها (w_F) در AHP بر اساس ماتریس $DCFM = (a_{ij})$ با $\frac{n(n-1)}{2}$ مقایسه زوجی

↓

محاسبه وزن‌ها (w_i) بر اساس الگوریتم IPC و با تعداد مقایسات زوجی بین $(n-1)$ و $\frac{n(n-1)}{2}$ و بر اساس هر یک از روش‌های حذف ۱،۲،۳،۴و۵

↓

محاسبه معیارهای عملکرد و مقایسه آنها

MSEF, MSET , MAEF , MAET , SRC , TAU , U_F , MSERank , TOPDIF , MAXDIF

[1] True weight

جدول (۱). فاکتورهای طراحی آزمایش‌های شبیه سازی

فاکتور	سطح فاکتور
اندازه ماتریس مقایسات زوجی	۸ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰
روش‌های حذف مقایسات زوجی	۱- حذف تصادفی مقایسات زوجی، در صورتی که احتمال حذف هر یک ازمقایسات زوجی یکسان است. ۲- حذف کوچکترین a_{ij}، به ازاء a_{ij} های بزرگتر از ۱ $(a_{ij}>1)$ ۳- حذف بزرگترین a_{ij}، به ازاء a_{ij} های بزرگتر از ۱ $(a_{ij}>1)$ ٤- حذف تصادفی مقایسات زوجی، در صورتی که احتمال حذف مقایسات زوجی در سطرهای ابتدایی ماتریس بیشتر از سطرهای انتهایی باشد. ۵- حذف تصادفی مقایسات زوجی، در صورتی که احتمال حذف مقایسات زوجی در سطرهای انتهایی ماتریس بیشتر از سطرهای ابتدایی باشد.
درصد حذف	٪۵/۲۶
تعداد دوباره سازی‌ها (تکرارها)	۱۰۰

در نهایت ماتریس مقایسات زوجی وزن‌های صحیح (A_T) با استفاده از رابطه $a_{ij}=\frac{w_{iT}}{w_{jT}}$ محاسبه شده است، این ماتریس کاملاً سازگاراست و آن را ماتریس مقایسات زوجی صحیح[1] می‌نامیم. در روش AHP از مقیاس ساعتی (۱تا۹) برای ارزیابی مقایسات زوجی استفاده می‌گردد و اگر تصمیم گیرنده مقایسات زوجی را بیشتر از حد بالای مقیاس ساعتی انجام دهد مجبور خواهد بود که آنها را تعدیل کند به نحوی که در محدوده مقیاس ساعتی قرار گیرند. بنابراین به منظور نشان دادن مقایسات زوجی واقعی، تمامی a_{ij} هایی که بزرگتر از ۹ باشند تعدیل شده و به ۹ تبدیل می‌شوند، در تکنیک AHP تصمیم گیرنده باید، اعداد صحیح در دامنه (۱تا۹) را برای قضاوت‌های خود به کار ببرد، بنابراین تمامی مقایسات زوجی به نزدیکترین عدد صحیح گرد می‌شوند و ماتریس حاصل را ماتریس مقایسات زوجی گسسته کامل[2] (DCFM) و وزن-های محاسبه شده از این ماتریس را وزن‌های کامل[3] می‌نامیم (w_{iF}).

٤. ترتیب حذف مقایسات زوجی

ماتریس مقایسات زوجی ناکامل (IPC) از ماتریس (DCFM) به صورت متوالی بر اساس روش‌های حذف بیان شده در جدول(۱) به دست می‌آیند. هر گاه که یکی از a_{ij} ها حذف می‌گردد، عدد صفر در خانه (i,j) قرار گرفته و ۱ واحد به عناصر قطری متناسب با شماره سطر و ستون عنصر حذف شده، همانطور که توسط HARKER توضیح داده شده است، اضافه می‌گردد(Harker,1987).

با توجه به اینکه٤ اندازه مختلف ماتریس مورد استفاده قرار گرفته است، برای اینکه امکان مقایسه روش‌های مختلف حذف در ماتریس‌های مختلف میسر باشد، تعداد حذف‌ها در هر مرحله به درصدی از کل مقایسات زوجی قابل حذف در هر

[1] True matrix
[2] Discrete comparison full matrix
[3] Full relative weight

ماتریس که در دامنه $n-1$ و $n(n-1)/2$ قرار دارند، تبدیل شده است. و بنابراین تقریبا ٪۵/۲۶ از مقایسات زوجی در هر تکرار الگوریتم و تا زمانی که تنها $(n-1)$ مقایسه زوجی باقی بماند، حذف می‌شوند. در هر تکرار ، وزن‌های نسبی بر اساس روش مقدار ویژه محاسبه می‌گردد، فرایند حذف a_{ij}ها و محاسبه w_iها تا زمانی که تنها $(n-1)$ مقایسه زوجی وجود داشته باشد ادامه پیدا می‌کند.

علاوه بر حذف درصدی می‌توان در هر تکرار تنها یک a_{ij} را حذف نمود که این کار اولاً، تعداد تکرارهای مورد نیاز تا رسیدن به $(n-1)$ مقایسه باقی مانده را افزایش می‌دهد، مثلا در ماتریس‌هایی با ابعاد ۸، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ باید به ترتیب ۲۱، ۳۶، ۹۱ و ۱۷۱ تکرار تا باقی ماندن تنها $n-1$ عنصرصورت گیرد و به همین تعداد نیز بردار W محاسبه گردد و ثانیاً، تاثیر حذف یک عنصر a_{ij} بر روی w_iها بسیار اندک خواهد بود. در این تحقیق حذف درصدی از مقایسات زوجی را به جای حذف تعدادی از آنها به کار می‌بریم تا امکان مقایسه بین ماتریس‌هایی با ابعاد متفاوت وجود داشته باشد.

روش حذف ۱

اولین روش حذف مقایسات زوجی برای تشکیل ماتریس مقایسات زوجی ناکامل(IPC)، حذف تصادفی a_{ij}ها می‌باشد. دو مجموعه از اعداد تصادفی برای مشخص ساختن مکان سطر و ستون، (i,j)، عنصری که باید حذف گردد ایجاد می‌گردد. اعداد تصادفی از یک توزیع یکنواخت گسسته در بازه $[1,n]$ برای هر ماتریس به دست می‌آید. روش حذف تصادفی نشان دهنده وضعیتی است که هیچ آگاهی و شناختی در مورد فرایند ذهنی و روانی تصمیم گیرنده وجود نداشته و امکان تخمین مقایسات زوجی وجود ندارد.

روش حذف ۲

در این روش ، برای ایجاد ماتریس مقایسات روجی ناکامل(IPC) ،بزرگترین a_{ij} در ماتریس باقی مانده و فرایند حذف از کوچکترین a_{ij} بزرگتر از یک ($a_{ij}>1$) شروع می‌گردد. در این روش ابتدا کلیه a_{ij}ها از کوچک به بزرگ مرتب شده و فرایند حذف از ابتدای لیست و کوچکترین a_{ij} شروع و تا باقی ماندن تنها ($n-1$) مقایسه زوجی ادامه می‌یابد.

روش حذف ۳

این روش بر خلاف روش ۲ بوده و فرایند حذف از بزرگترین مقایسه زوجی(a_{ij}) شروع شده و تا کوچکترین آنها ادامه می‌یابد.

روش حذف ٤

این روش بسیار مشابهه با روش ۱ می‌باشد، با این تفاوت که احتمال حذف عناصردر سطرهای ابتدایی ماتریس بیشتراز سطرهای انتهایی است ولی احتمال حذف عناصر درهر سطر ماتریس یکسان است. برای این منظور به سطرهای ۱ تا n ماتریس مقایسات زوجی به ترتیب رتبه n تا ۱ تخصیص داده شده و نتایج حاصل از نرمالایزکردن رتبه‌ها، مبنای احتمال حذف عناصر از سطرهای مختلف ماتریس قرار گرفته است.

روش حذف ۵

این روش برعکس روش٤ می‌باشد و احتمال حذف عناصردر سطرهای انتهایی ماتریس بیشتراز سطرهای ابتدایی است. قبل از رفتن به مرحله بعد، باید به این نکته توجه داشت که هیچ یک از قوانین و روش‌های حذف بالا، بجز روش‌های حذف ۱،٤و۵ (حذف تصادفی) را نمی‌توان برای حل مسائل تصمیم گیری واقعی به کار برد، زیرا اگر مقدار a_{ij} ها ،که برای روش‌های حذف ۲ و۳ لازم است، مشخص باشد در این صورت جواب مساله AHP به دست آمده است. به عبارت دیگر،

اگر بتوان قبل از انجام مقایسات زوجی، رتبه بندی گزینه‌ها و معیارها را تخمین زده و یا ۱۰۰ امتیاز را به گزینه های مختلف تخصیص داده و اندازه نسبی مقایسات زوجی را بر اساس رابطه($a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$)تعیین کرد، میتوان از روش‌های حذف ۲ و۳ استفاده کرد. ولی اگر هیچ روش و قاعده خاصی برای تخمین مقایسات زوجی وجود نداشته باشد، از روش حذف تصادفی باید استفاده کرد. اگر تصمیم گیرنده‌ای مایل باشد، کمتر از $\frac{n(n-1)}{2}$ مقایسات زوجی انجام دهد، در این تحقیق مشخص می‌شود کدام یک از روش‌های حذف مقایسات زوجی به طور مشخص بهتر ازسایر روش‌ها است. در این صورت تصمیم گیرنده می‌تواند برخی از مقایسات زوجی (a_{ij})، که برای اجرای روش حذف مورد نظر وی لازم است را تخمین بزند.

۵. معیارهای عملکرد

صحت وزن‌های به دست آمده از الگوریتم IPC را می‌توان به وسیله چندین معیار عملکرد[1] بررسی و تعیین کرد. برای این منظور وزن‌های نسبی حاصل از ماتریس مقایسات زوجی ناکامل(IPC) را با وزن‌های نسبی به دست آمده از ماتریس کامل[2](A_F) مقایسه نموده و معیارهای عملکرد زیر را محاسبه می‌نمایم(Conover,1980).

$$SSEF = \sum_{i=1}^{n} (w_i - w_{iF})^2$$

$$MSEF = \frac{SSEF}{n}$$

که:

n = اندازه ماتریس(۸، ۱۰،۱۵و ۲۰)

w_i = وزن نرمالایز شده iامین معیار که از روش IPC به دست آمده است.

w_{iF} = وزن نرمالایز شده iامین معیار که ازماتریس کامل به دست آمده است.

SSEF= مجموع مجذور خطا از ماتریس کامل(Sum of Squared Errors from Full Matrix)

MSEF= میانگین مجذور خطا از ماتریس کامل (Mean Squared Errors from Full Matrix)

$$SAEF = \sum_{i=1}^{n} |w_i - w_{iF}|$$

$$MAEF = \frac{SAEF}{n}$$

در صورتی که:

SAEF= مجموع قدر مطلق انحراف از ماتریس کامل (Sum of Absolute Errors from Full Matrix)

MAEF = میانگین قدر مطلق انحراف از ماتریس کامل (Mean Absolute Errors from Full Matrix)

$$SSET = \sum_{i=1}^{n} (w_i - w_{iT})^2$$

---

[1] Performance Measures
[2] Full Matrix

$$MSET = \frac{SSET}{n}$$

که:

w_{iT} = وزن نرمالایز شده اَمین معیار که ازماتریس صحیح به دست آمده است.

SSET= مجموع مجذور خطا از ماتریس صحیح (Sum of Squared Errors from True Matrix)

MSET= میانگین مجذور خطا از ماتریس صحیح (Mean Squared Errors from True Matrix)

$$SAET = \sum_{i=1}^{n} |w_i - w_{iT}|$$

$$MAET = \frac{SAET}{n}$$

که :

SAET= مجموع قدر مطلق انحراف از ماتریس صحیح(Sum of Absolute Errors from True Matrix)

MAET = میانگین قدر مطلق انحراف از ماتریس صحیح(Mean Absolute Errors from True Matrix)

$$SSERank = \sum_{i=1}^{n} (w_{iRank} - w_{iFRank})^2$$

$$MSERank = \frac{SSERank}{n}$$

که:

w_{iRank} = رتبه مربوط به وزن نرمالایز شده اَمین معیار که از ماتریس مقایسات زوجی ناکامل به دست آمده است.

w_{iFRank} = رتبه مربوط به وزن نرمالایز شده اَمین معیار که از ماتریس مقایسات زوجی کامل به دست آمده است.

SSERank = مجموع مجذور خطاءِ برای رتبه‌ها (Sum of Squared Errors for the Rank)

MSERank = میانگین مجذور خطاءِ برای رتبه‌ها(Mean Square Errors for the Rank)

$$SRC = 1 - \frac{6D}{n(n^2 - 1)}$$

که :

$$D = \sum_{i=1}^{n} (w_{iRank} - w_{iFRank})^2$$

SRC[1] = ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن

$$U_F = \frac{\sqrt{\sum_i (w_i - w_{iF})^2}}{\sqrt{\sum_i w_i^2} + \sqrt{\sum_i w_{iF}^2}}$$

که :

U_F = ضریبTheil محاسبه شده از ماتریس کامل(Theils Coefficient U)

[1] Spearman's Rank Correlation

$$TAU = \frac{N_c - N_d}{\frac{n}{2}(n-1)}$$

که:

TAU = ضریب همبستگی کندال_تائو(τ)

N_c= تعداد جفت‌های هماهنگ[1]: اگر هردو عضو یک مشاهده بزرگتر از اعضاءِ مورد انتظار مشاهدات دیگر باشد.

N_d = تعداد جفت‌های ناهماهنگ[2]: اگر هر دو عضو یک مشاهده در دو جهت مخالف، متفاوت از اعضاءِ مورد انتظار مشاهدات دیگر باشد.

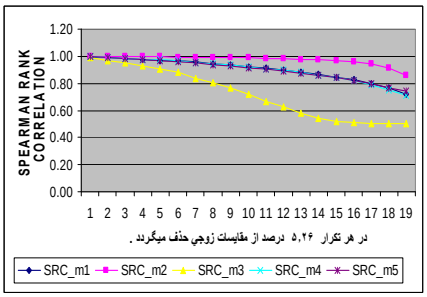
این معیارها جهت بررسی و اندازه گیری عملکرد روش‌های حذف مختلف به کار برده می‌شود. به هر حال این معیارها نمی‌توانند تغییرات بین حد بالا و پایین رتبه بندی‌ها را از هم متمایز نمایند. به عبارت دیگر ممکن است همبستگی یکسانی با چندین ترکیب مختلف از وزن‌ها به دست آید. بنابراین دو معیار عملکرد دیگر در نظر گرفته شده است. در معیار اول(TOPDIF) بررسی می‌نماید که آیا بزرگترین w_i به دست آمده از روش IPC و ماتریس کامل متفاوت هستند یا خیر؟(اگر تفاوت وجود داشت عدد یک و در غیر اینصورت عدد صفر در نظر گرفته می‌شود) در معیار دوم حداکثر اختلاف(MAXDIF) w_i های به دست آمده از روش IPC و ماتریس کامل بررسی می‌گردید. شکل (۱) فلوچارت روش شبیه سازی را نشان می‌دهد.

۶. تجزیه و تحلیل نتایج و نتیجه گیری

داده‌های اولیه بر اساس فاکتورها و سطوح گوناگون آنها, (جدول (۱)) ایجاد می‌شود، در نتیجه ٤×٥×١٩آزمایش گوناگون با ۱۰۰ تکرار و دوباره سازی مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است.

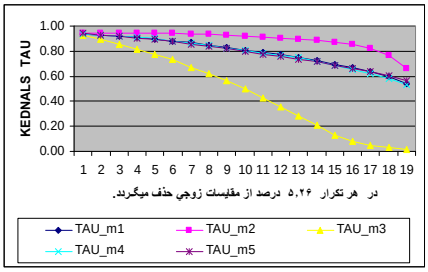
در شکل (۳)تغییرات ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن و در شکل (٤) تغییرات ضریب همبستگی کندال_تائو برای روش-های مختلف حذف نشان داده شده است. بر اساس شکل‌های ۳و٤ می‌توان گفت، همزمان با افزایش درصد حذف مقایسات زوجی، ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن و ضریب همبستگی کندال_تائو در روش حذف شماره ۳ نسبت به سایر روش‌ها با شدت بیشتری کاهش می‌یابد.

شکل (۳). تغییرات ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن (SRC) در روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی



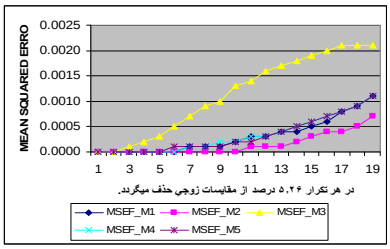
[1] Concordant
[2] Discordant

شکل (٤).تغییرات ضریب همبستگی کندال_تائو (τ) در روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی

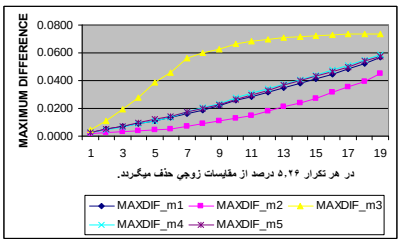


بزرگتر بودن شاخص‌های TAU وSRC نشان دهنده همبستگی بهتری بین رتبه‌های به دست آمده از ماتریس مقایسات زوجی کامل و روشIPC می‌باشد. از طرف دیگر روش حذف شماره ۲ نسبت به حذف مقایسات زوجی، دارای حساسیت کمتری است، زیرا کاهش در ضریب همبستگی رتبه ای آن به شدت دیگر روش‌های حذف مقایسات زوجی نمی‌باشد. شکل (۵) نشان دهنده معیار MSEF و شکل (۶) نشان دهنده معیارMAXDIF برای روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی می‌باشد که در هر دو معیار روش حذف شماره ۲ بهترین عملکرد و روش حذف شماره ۳ بدترین عملکرد را داشته است.

شکل (۵).تغییرات معیار متوسط مجذور خطا (MSEF) در روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی

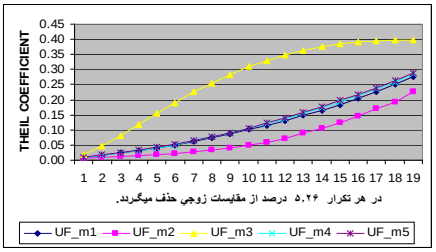


شکل (۶). تغییرات معیار حداکثر خطا (MAXDIF) در روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی



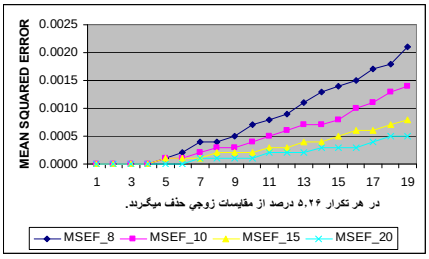
شکل (۷) نشان دهنده تغییرات معیار(U_F) در ۵ روش مختلف حذف مقایسات زوجی می‌باشد. شاخص(U_F) در صورتی که وزن معیارها (w_i)، اختلاف زیادی با وزن‌های واقعی (w_{iF}) نداشته باشد، بسیار به صفر نزدیک خواهد بود.

شکل (۷). تغییرات معیار(U_F) در روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی



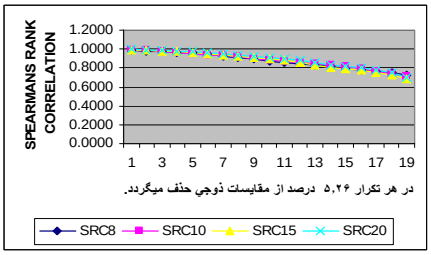
هرچند که شکل (۷) از نظر نوع روابط متفاوت از اشکال قبلی به نظر می‌رسد، ولی می‌توان گفت که روش حذف شماره ۲ بهترین نتیجه را داشته و روش حذف شماره ۳ بدترین عملکرد را در میان سایر روش‌های حذف داشته است.شکل (۸) نشان دهنده معیار MSEF برای اندازه‌های مختلف ماتریس می‌باشد، با توجه به شکل، با افزایش اندازه ماتریس، معیار MSEF کاهش می‌یابد

شکل (۸). تغییرات معیار متوسط مجذور خطا (MSEF) در اندازه‌های مختلف ماتریس



شکل (۹) نشان دهنده تغییرات معیار ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن (SRC) برای اندازه‌های مختلف ماتریس می‌باشد، با توجه به شکل، تفاوت معناداری در تغییرات ضریب همبستگی رتبه ای اندازه‌های مختلف ماتریس وجود ندارد.

شکل (۹). تغییرات معیار ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن (SRC) در اندازه‌های مختلف ماتریس



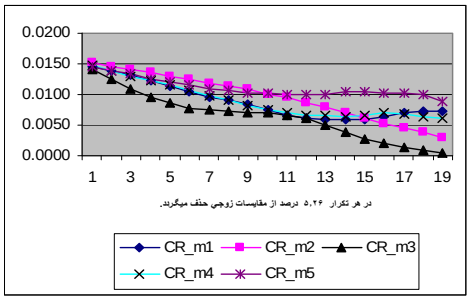
جدول(۲) . متوسط تغییرات معیارهای عملکرد؛ در روشهای مختلف حذف

روش حذف	N	SRC هدف (max)	TAU هدف (max)	UF هدف (min)	MSEF هدف (min)	MAEF هدف (min)	MAXDIF هدف (min)	TOPDIF هدف (min)	نرخ ناسازگاری INCR
ماتریس کامل (F)	7600	---	----	----	----	----	----	----	0.01568
2	7600	0.9741	0.8961	0.0748	0.0001	0.0062	0.0168	0.0263	0.0096
1	7600	0.9024	0.7894	0.1158	0.0003	0.106	0.0267	0.5263	0.0088
4	7600	0.9000	0.8742	0.1203	0.0003	0.0108	0.0282	0.4605	0.0090
5	7600	0.9004	0.7851	0.1227	0.0003	0.0110	0.0278	0.5921	0.0111
3	7600	0.7213	0.4707	0.2666	0.0011	0.0240	0.0547	0.6447	0.0064

بر اساس نتایج جدول (۲)، روش حذف شماره ۲ (حذف کوچکترین a_{ij})، بیشترین مقدار را در شاخص‌های TAU و SRC, (بزرگتر بهتر است), و کوچکترین مقدار را در شاخص‌های UF و MSEF, (کمتر بهتر است), به دست آورده است. سه معیار عملکرد دیگر، TOPDIF (صفراست, اگر اولین W_i رتبه بندی شده در IPC و ماتریس مقایسات زوجی کامل یکسان باشد، در غیر این صورت یک است), MAXDIF (حداکثر اختلاف بین وزن‌های به دست آمده از DCFM وIPC) و

شاخص نرخ ناسازگاری(INCR[1]) نیز محاسبه گردیده است. (نرخ ناسازگاری برابر است با نرخ سازگاری تقسیم بر شاخص تصادفی، شاخص تصادفی استفاده شده برایn های ۸, ۱۰ ،۱۵ و ۲۰ به ترتیب۱/۳۶, ۱/۴۹, ۱/۵۹و ۱/۶۳ می‌باشد) اطلاعات جدول ۲ نشان می‌دهد که روش حذف شماره ۲ دارای کوچکترین مقدار درمعیارهای TOPDIFو MAXDIF می‌باشدکه نشان دهنده برتری نسبی روش ۲ بر روش‌های حذف دیگر است. (در معیارTOPDIF، مقدار نزدیکتر به صفر نشان دهنده تغییرات کمتر در اولین رتبه بوده و مقدار نزدیکتر به یک نشان دهنده تغییرات بیشتر در اولین رتبه است) واضح است که روشIPC تاثیر مثبت بر روی کاهش نرخ ناسازگاری دارد، زیرا تعداد مقایسات زوجی را کاهش می‌دهد, همانطور که در شکل (۱۰) نشان داده شده است روش‌های حذف ۲و۵ دارای بیشترین نرخ ناسازگاری بوده و نرخ ناسازگاری آنها به نرخ ناسازگاری ماتریس کامل نزدیکتر است. این یافته‌ها با معنا بوده واز یافته‌های قبلی در مورد مقدار صرفه جویی در مقایسات زوجی بدون از دست دادن صحت نتایج حمایت می‌نماید.

شکل (۱۰). تغییرات نرخ سازگاری در روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی



در روش حذف ۲ و بدون توجه به اندازه ماتریس استفاده شده، ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن (SRC) (مقدار بحرانی ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن برای nهای ۸, ۱۰ ،۱۵ و ۲۰ به ترتیب ۰/۸۰۹۵, ۰/۷۳۳، ۰/۶۰ و ۰/۵۲۰۳ می-باشد) و شاخصTAU (مقدار بحرانی ضریب همبستگی کندال_تائو برای nهای ۸, ۱۰، ۱۵و۲۰ به ترتیب ۰/۶۴۳, ۰/۵۶ ، ۰/۴۵ و ۰/۳۷ می‌باشد) تا زمانی که ۱۰۰ ٪ از مقایسات زوجی حذف گردند در سطح اطمینان ۹۹٪ معنادار می‌باشد و در روش‌های ۴،۱و۵ بدون توجه به اندازه ماتریس استفاده شده، ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن (SRC) تا زمانی که ۱۶/۸۴٪ از مقایسات زوجی حذف گردند در سطح اطمینان ۹۹٪ معنادار می‌باشد. ولی روش حذف ۳, بدون توجه به اندازه ماتریس استفاده شده، ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن (SRC) تا زمانی که ۸۲/۳۶ ٪ از مقایسات زوجی حذف گردند در سطح اطمینان ۹۹٪ معنادار می‌باشد.

این امر به این معنا است که حتی با حذف تصادفی a_{ij} ها ، ترتیب رتبه بندی وزن‌های محاسبه شده از روش IPC تفاوت معنا داری با ترتیب رتبه بندی وزن‌های محاسبه شده از ماتریس مقایسات زوجی کامل ندارد. این امرنتیجه‌ای بسیار مهم برای آن دسته از تحقیقاتی است که مدل تصمیم گیری تصمیم گیرنده قابل تخمین و مشخص نبوده و استفاده از روش-های حذف ۲ و۳ امکان پذیر نمی‌باشد.

[1] Inconsistency ratio

جدول(۳). تغییرات معیارهای عملکرد در روش حذف شماره ۲.(بهترین روش حذف مقایسات زوجی)

درصدحذف	N	CR	MSEF هدف (min)	MAEF هدف (min)	SRC هدف (max)	TAU هدف (max)	U_F هدف (min)	MAXDIF هدف (min)	TOPDIF هدف (min)
5.260	400	0.0152	0.0000	0.0004	0.9976	0.9429	0.0063	0.0018	0.0000
10.520	400	0.0147	0.0000	0.0007	0.9962	0.9426	0.0101	0.0028	0.0000
15.780	400	0.0142	0.0000	0.0009	0.9961	0.9418	0.0126	0.0034	0.0000
21.040	400	0.0137	0.0000	0.0011	0.9958	0.9425	0.0146	0.0038	0.0000
26.300	400	0.0132	0.0000	0.0014	0.9956	0.9420	0.0172	0.0045	0.0000
31.560	400	0.0126	0.0000	0.0017	0.9945	0.9405	0.0205	0.0053	0.0000
36.820	400	0.0119	0.0000	0.0022	0.9934	0.9372	0.0270	0.0071	0.0000
42.080	400	0.0115	0.0000	0.0027	0.9919	0.9324	0.0332	0.0089	0.0000
47.340	400	0.0110	0.0000	0.0032	0.9901	0.9273	0.0405	0.0107	0.0000
52.600	400	0.0104	0.0000	0.0040	0.9874	0.9188	0.0498	0.0129	0.0000
57.860	400	0.0097	0.0001	0.0048	0.9843	0.9120	0.0593	0.0149	0.0000
63.120	400	0.0092	0.0001	0.0059	0.9815	0.9039	0.0725	0.0178	0.0000
68.380	400	0.0087	0.0001	0.0073	0.9781	0.8946	0.0890	0.0212	0.0000
73.640	400	0.0080	0.0002	0.0088	0.9739	0.8861	0.1052	0.0240	0.0000
78.900	400	0.0072	0.0003	0.0105	0.9698	0.8721	0.1245	0.0274	0.0000
84.160	400	0.0065	0.0004	0.0124	0.9621	0.8536	0.1472	0.0316	0.0000
89.420	400	0.0060	0.0004	0.0143	0.9450	0.8188	0.1700	0.0355	0.0000
94.680	400	0.0057	0.0005	0.0163	0.9160	0.7659	0.1938	0.0393	0.2500
100	400	0.0052	0.0007	0.0194	0.8579	0.6653	0.2273	0.0454	0.2500

جدول(٤). تغییرات معیارهای عملکرد در روش حذف شماره ۳. (بدترین روش حذف مقایسات زوجی)

درصدحذف	N	CR	MSEF هدف (min)	MAEF هدف (min)	SRC هدف (max)	TAU هدف (max)	U_F هدف (min)	MAXDIF هدف (min)	TOPDIF هدف (min)
5.260	400	0.0160	0.0000	0.0014	0.9900	0.9271	0.0178	0.0047	0.0000
10.520	400	0.0210	0.0000	0.0040	0.9713	0.8928	0.0460	0.0111	0.0000
15.780	400	0.0263	0.0001	0.0070	0.9487	0.8531	0.0809	0.0194	0.0000
21.040	400	0.0330	0.0002	0.0100	0.9308	0.8150	0.1167	0.0280	0.0000
26.300	400	0.0346	0.0003	0.0131	0.9054	0.7742	0.1559	0.0386	0.0000
31.560	400	0.0354	0.0005	0.0159	0.8813	0.7356	0.1889	0.0457	0.2500
36.820	400	0.0297	0.0007	0.0192	0.8327	0.6672	0.2281	0.0562	0.0000
42.080	400	0.0271	0.0009	0.0217	0.8014	0.6177	0.2559	0.0600	1.0000
47.340	400	0.0231	0.0010	0.0242	0.7626	0.5673	0.2815	0.0629	1.0000
52.600	400	0.0186	0.0013	0.0273	0.7163	0.5019	0.3093	0.0666	1.0000
57.860	400	0.0149	0.0014	0.0296	0.6689	0.4307	0.3304	0.0682	1.0000
63.120	400	0.0113	0.0016	0.0315	0.6271	0.3580	0.3489	0.0699	1.0000
68.380	400	0.0081	0.0017	0.0333	0.5821	0.2828	0.3644	0.0710	1.0000
73.640	400	0.0058	0.0018	0.0344	0.5447	0.2100	0.3751	0.0718	1.0000
78.900	400	0.0036	0.0019	0.0355	0.5210	0.1330	0.3846	0.0724	1.0000
84.160	400	0.0022	0.0020	0.0362	0.5084	0.0845	0.3909	0.0728	1.0000
89.420	400	0.0013	0.0021	0.0367	0.5007	0.0478	0.3946	0.0733	1.0000
94.680	400	0.0007	0.0021	0.0370	0.5063	0.0302	0.3967	0.0735	1.0000
100	400	0.0003	0.0021	0.0372	0.5047	0.0146	0.3983	0.0738	1.0000

جدول(۵) .تغییرات معیارهای عملکرد برای درصدهای مختلف حذف مقایسات زوجی.

درصد حذف	N	CR	MSEF هدف (min)	MAEF هدف (min)	SRC هدف (max)	TAU هدف (max)	U_F هدف (min)	MAXDIF هدف (min)	TOPDIF هدف (min)
5.260	2000	0.0152	0.0000	0.0008	0.9944	0.9373	0.0106	0.0030	0.0000
10.520	2000	0.0158	0.0000	0.0018	0.9869	0.9256	0.0213	0.0057	0.0000
15.780	2000	0.0165	0.0000	0.0028	0.9790	0.9113	0.0333	0.0087	0.0000
21.040	2000	0.0176	0.0000	0.0040	0.9717	0.8965	0.0459	0.0118	0.0000
26.300	2000	0.0177	0.0001	0.0052	0.9631	0.8808	0.0597	0.0154	0.0000
31.560	2000	0.0178	0.0001	0.0063	0.9535	0.8635	0.0728	0.0184	0.1000
36.820	2000	0.0168	0.0002	0.0078	0.9373	0.8377	0.0894	0.0228	0.1000
42.080	2000	0.0165	0.0002	0.0090	0.9247	0.8161	0.1035	0.0257	0.4500
47.340	2000	0.0160	0.0003	0.0103	0.9101	0.7941	0.1176	0.0283	0.4500
52.600	2000	0.0156	0.0004	0.0121	0.8925	0.7666	0.1348	0.0318	0.5500
57.860	2000	0.0152	0.0005	0.0135	0.8754	0.7392	0.1501	0.0344	0.6500
63.120	2000	0.0150	0.0005	0.0150	0.8587	0.7105	0.1662	0.0372	0.6000
68.380	2000	0.0148	0.0006	0.0166	0.8398	0.6806	0.1833	0.0403	0.7500
73.640	2000	0.0146	0.0007	0.0180	0.8213	0.6498	0.1990	0.0429	0.8000
78.900	2000	0.0143	0.0008	0.0196	0.8038	0.6194	0.2148	0.0457	0.8000
84.160	2000	0.0139	0.0009	0.0212	0.7867	0.5853	0.2349	0.0487	0.8000
89.420	2000	0.0132	0.0010	0.0228	0.7658	0.5513	0.2535	0.0517	0.8000
94.680	2000	0.0122	0.0011	0.0245	0.7416	0.5143	0.2727	0.0547	0.8500
100	2000	0.0109	0.0012	0.0265	0.7067	0.4638	0.2952	0.0584	0.8500

در جدول(۵) تغییرات معیارهای عملکرد مختلف، همزمان با افزایش درصد حذف مقایسات زوجی ارائه شده است. بر اساس نتایج تجزیه و تحلیل ANOVA تفاوت معنا داری در ضریب همبستگی اندازهای مختلف ماتریس وجود ندارد. تجزیه و تحلیل ANOVA ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن مربوط به روش حذف شماره ۳ تفاوت معنا داری با سایر روش‌های حذف داشته ولی ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن مربوط به روش‌های حذف شماره ۱،۲،٤و۵ اختلاف معنا داری با یکدیگر ندارند، نتایج تجزیه و تحلیل ANOVA در جدول شماره (۶) نشان داده شده است.

جدول (۶). نتایج تجزیه و تحلیل ANOVA برای روش‌های مختلف حذف مقایسات زوجی.

	VAR00006	N	Subset for alpha = .05	
			1	2
Tukey HSD[a]	3.00	19	.721053	
	4.00	19		.898947
	5.00	19		.900526
	1.00	19		.902632
	2.00	19		.974737
	Sig.		1.000	.174
Scheffe[a]	3.00	19	.721053	
	4.00	19		.898947
	5.00	19		.900526
	1.00	19		.902632
	2.00	19		.974737
	Sig.		1.000	.294

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 19.000.

به هر حال شاخص ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن(SRC) برای تمامی اندازه‌های ماتریس تا زمانی که ۷۳/۶٤٪ از مقایسات زوجی اضافی حذف گردند، معنادار است.(۶۸/۳۸٪ مطابق با معیار کندال-تائو) این امر به این معنا است که با حذف ۷۰٪ از مقایسات زوجی اضافی، رتبه بندی به دست آمده از روش IPC همبستگی معنا داری با رتبه بندی به دست آمده از ماتریس مقایسات زوجی کامل دارد ولی درصد حذفی که معنا دار بودن ضریب همبستگی رتبه ای اسپیرمن

(SRC) را بین وزن‌های به دست آمده از IPC و ماتریس مقایسات زوجی کامل حفظ می‌نماید، برای روش‌های مختلف حذف متفاوت است.

جدول شماره ۳ نشان دهنده معیارهای عملکرد برای روش حذف شماره ۲ و جدول شماره ٤ نشان دهنده معیارهای عملکرد برای روش حذف شماره ۳ می‌باشد. برای روش حذف شماره ۳ (بدترین روش حذف)، معیار (SRC) تا زمانی که ۳۶/۸۲٪ از a_{ij} حذف می‌شوند، معنادار است.

اگر یک محقق بخواهد به طور تصادفی a_{ij}ها را حذف نماید معیار (SRC) تا زمانی که ۸٤/۱۶٪ از a_{ij} حذف می‌شوند معنادار است. در نتیجه محقق می‌تواند تا ۸۵٪ از مقایسات زوجی را حذف نماید و در عین حال ضریب همبستگی رتبه‌ای معناداری بین نتایج به دست آمده از ماتریس کامل و روش IPC وجود داشته باشد.

۷- نتیجه گیری

یکی از مهمترین مسائل و مشکلات مدل‌های تصمیم گیری چند معیاره تعداد معیارها و سطوحی است که می‌تواند در طراحی مساله مورد استفاده قرار گیرد. در مسائل واقعی مربوط به صنعت و بازاریابی، تعداد معیارها و سطح هر کدام از آنها معمولا بزرگ است. هرچند روش AHP نیز متاثر از این گونه مسائل می‌باشد ولی اکثر استفاده کنندگان از تکنیک AHP از ماتریس کامل استفاده می‌نمایند. روش ارائه شده توسط HARKER، باعث کاهش بالقوه بسیاری در فعالیت جمع آوری داده‌ها و مقایسات زوجی، بدون تاثیر سوءِ زیادی در صحت نتایج می‌گردد.

مطالعه شبیه سازی صورت گرفته در این تحقیق، اثر بخشی روش ارائه شده توسطHARKER وMillet را نشان می‌دهد. دو نتیجه مهم این تحقیق عبارت است از :

۱) زمانی که مفروضاتی در مورد مدل تصمیم‌گیری مورد استفاده تصمیم گیرنده و نحوه انجام مقایسات زوجی وجود نداشته باشد، می‌توان بیش از ۵۰ درصد مقایسات زوجی را بدون اینکه کاهش معنا داری در صحت نتایج به وجود آید، حذف کرد.

۲) زمانی که مفروضاتی در مورد مدل تصمیم‌گیری مورد استفاده تصمیم گیرنده و نحوه انجام مقایسات زوجی وجود داشته باشد، می‌توان با حذف تعداد بیشتری از کوچکترین مقایسات زوجی، درجه صحت بالاتری از نتایج را به دست آورد.

بر اساس نتایج به دست آمده از این تحقیق بهترین نتیجه زمانی حاصل می‌شود که بزرگترین مقایسات زوجی بزرگتر از یک($a_{ij} > 1$) در ماتریس باقی مانده و کوچکترین مقایسات زوجی بزرگتر از یک($a_{ij} > 1$) حذف گردد. اگر محقق قادر باشد که کوچکترین $a_{ij} > 1$ را حذف و بزرگترین $a_{ij} > 1$ را در ماتریس قرار دهد، قادر خواهد بود که تنها با ۵۵٪ از مقایسات زوجی به نتایج بسیار صحیح و دقیقی دست یابد. نتایج به دست آمده از روش حذف دوم (کوچکترین $a_{ij} > 1$) ، منجر به نتایج بهتری نسبت به سایر روش‌های حذف می‌گردد.

۸- محدودیت‌ها و تحقیقات آینده

مطابق با نتایج به دست آمده از این بررسی اگر محقق کوچکترین $a_{ij} > 1$ را حذف نماید آنگاه قادر خواهد بود که بهترین نتایج را با حداقل تعداد مقایسات زوجی به دست آورد. به هر حال این فرایند به شکل معکوس در مسائل دنیای واقعی وجود دارد زیرا محقق کار خود را با ماتریس مقایسات زوجی کامل شروع نمی‌نماید بلکه او با یک ماتریس واحد با n عدد یک بر روی قطر اصلی کار خود را آغاز کرده و هدف او این است که با حداقل تعداد مقایسات زوجی مورد نیاز کار خود را شروع و سپس در هر مرحله تعدادی از مقایسات زوجی مورد نیاز را اضافه نماید به طوری که تعداد مقایسات زوجی

مورد نیاز به حداقل ممکن برسد. بنابراین بسیار موثر و مفید خواهد بود اگر بتوان نوع مدل تصمیم استفاده شده برای ایجاد مقایسات زوجی را تخمین زد.

۹- منابع و ماخذ:

[1] Belton , valerie and T,Gear , " on a Shortcomming of saaty's Method of Analytic Hierarchies " , Omega , 11(3) , 1983, 228-230.

[2] Conover,w.j, "Practical Nonparametric statistics ", John Wiely And Sons,Inc , 1980.

[3] Carmone.Frank.j , Kara.Ali , Zanakis. Stelios.h , " A Monte Carlo investigation of incomplete pair wise comparison matrices in AHP " , European Journal of Operation Research , 102 (1997) , 538-553.

[4] Dyer,Robert .F , Wendell,R,E , " Remarks on The AHP" , Management Science, 36(3), 1990, 249-258.

[5] Golden.Bruce L. , Edward .A.Wasli , Harker.Patric.T ,"Analytic Hierarchy process – Applications and studies" , Springer-Verlag , New York, 1989.

[6] Harker.Patric.T , Luis.G , " The Theory of ratio scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process", Management Science, 33(11),1987, 1383-1403.

[7] Harker.Patric.T , " Incomplete Pairwise comparision in The Analytic Hierarchy process" , Mathematical Modelling, 9(11),1987,837-848.

[8] Harker.Patric.T , " Alternative Modes of Questioning in the Analytic Hierarchy process ", Mathematical Modelling, 9(3-5),1987,353-360.

[9] Lim.Kai.H, Swenseth . Scott . R , " An iterative procedure for reducing problem size in large scale AHP problem " European Journal of Operation Research , 67 (1993), 64-74.

[10] Millet, Ido, and Harker, Patrick.T, " Globally Effective Questioning in the Analytic Hierarchy Process ",European Journal of Operation Research, 48, 1990, 87-90 .

[11] Shen, Yujin, Hoerl, A.E., and McConnnel, Wes, " An incomplete Design in the Analytic Hierarchy Process " , Mathematical and Computer Modelling , Vol,16, No, 15, 1992, 121-125.

[12] Saaty . T .L ,"The analytic hierarchy process", McGraw-Hill, New York.

[13] Schoemaker . paul.J.H , and C. carter Waid ,"An Experimental comparison of Different Approaches to determining Weights in Additive Utility Models" , Management Science ,28(2) ,1982 ,182-196.

[14] Schoner , Bertram and William C. Wedley , " Ambiguous Criteria Weighted in AHP: Consequences and solutions " , Decision Sciences, 20, 1989, 462-475.

[15] Triantaphyllou, E.," A linear programming Based Decomposition approach in Evaluating Priorities from pairwise Comparison and error Analysis ", Journal of Optimization Theory and Applications, 84(1),1995, 207-234.

[16] Waston .S.R and A.N.S Freeling , " Comments on Assessing Attribute Weights by Ratios ", Omega , 11(1) , 1983.13.

[17] Weiss.Elliott N , Vithala R Rao , " AHP Design Issues for Large Scale System ", Decision Sciences , 18, 1987, 43-61.

[18] Zanakis.S.H , Mandakovic .T , Gupta.S.K , Sahay.S , Hong.S ," A Review of Program evaluation and Fund Allocation Methods within the Service and Government Sectors " , Socio-Economic planing Sciences , 29(1) , 1995, 59-79.